X	0	e	$+\infty$
$f(x)-x$	−	0	+
Position	T/ζ		ζ/T
		(e,e)	

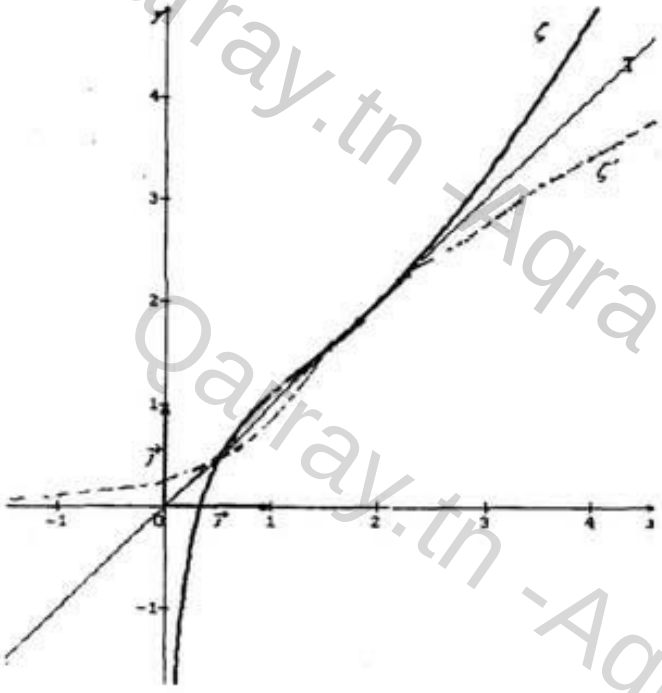
3) $\zeta' = S_T(\zeta)$: S_T symétrie orthogonale d'axe la droite $T : y = x$.

Branche infinie :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x} + \ln x - \frac{\ln^2 x}{x} = +\infty$$

ζ Admet une Branche infinie parabolique de direction $(o,\vec{j})$

Courbes de ζ et ζ' :



Exercice 23

$f(x) = 1 + \ln\left[x(2-x)\right]$

1) a) $Df = \{x \in \mathbb{R},\ x(2-x) > 0\}$.

Signe de : $x(2-x)$

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
$2-x$	+		+	0	−
x	−	0	+		+
$x(2-x)$	−	0	+	0	−
			////////		

Ce qui donne : $Df =]0,2[$

b) $f'(x) = 0 + \dfrac{\left[x(2-x)\right]'}{x(2-x)} = \dfrac{(2x-x^2)'}{x(2-x)}$

$$= \frac{2-2x}{x(2-x)} = \frac{2(1-x)}{x(2-x)}.$$

Le signe de $f'(x)$ est celui de $(1-x)$

x	0		1		2
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗	1	↘	
	$-\infty$				$-\infty$

$$\lim_{x\to0^+} 1+\ln\left[x(2-x)\right] \overset{X=x(2-x)}{=} 1+\lim_{X\to0^+}\ln X = -\infty$$

$$\lim_{x\to2^-} 1+\ln\left(x(2-x)\right) \underset{X=x(2-x)}{=} \lim_{X\to0^+} 1+\ln X = -\infty$$

2) a) $x \in]0,2[$

$0 < x < 2 \Leftrightarrow -2 < -x < 0 \Leftrightarrow 0 < 2-x < 2$

Donc $(2\times1-x) \in]0,2[$.

On a : $x \in Df$, $2\times1-x \in Df$ et on a :

$$\begin{aligned} f(2-x) &= 1+\ln\left[(2-x)(2-(2-x))\right] \\ &= 1+\ln\left[(2-x)(2-2+x)\right] \\ &= 1+\ln\left[(2-x).x\right] \\ &= f(x) \end{aligned}$$

Donc la droite d'équation $x=1$ est un axe de symétrie pour la courbe C de f .

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn